

Scienza delle Finanze

Davide Cipullo

Università Cattolica del Sacro Cuore

a.a. 2022/2023

Teoria delle scelte collettive 1

Teoria della scelta sociale

- I governi hanno vari strumenti per intervenire in presenza di fallimenti di mercato o di distribuzione non desiderabile
- Per esempio, in caso di esternalità:
 - ① Assegnazione dei diritti di proprietà
 - ② Imposta pigouviana
 - ③ Trasferimento pigouviano
 - ④ Regolazione della quantità
 - ⑤ Tassa di emissione

...
- Quale strumento **sarà scelto** dal governo? Dipende...

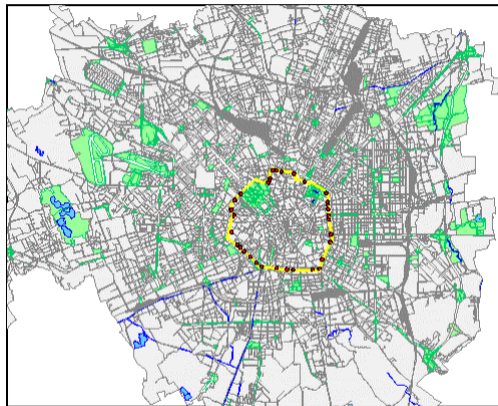
Teoria della scelta sociale



Esempio: l'Area C di Milano

- Tutti i veicoli (escluso gli elettrici e gli ibridi) che entrano nel centro di Milano devono pagare un pedaggio di 5 euro
- Il pedaggio si applica ogni volta che un veicolo attraversa i confini del centro cittadino
- Si tratta di un chiaro esempio di intervento volto a ridurre **esternalità negative**
 - ▶ Spostarsi in auto comporta benefici privati ma contribuisce all'inquinamento
 - ▶ Spostarsi in auto comporta problemi di traffico per tutti gli altri utenti (altri guidatori, utenti del trasporto pubblico, ciclisti, pedoni)
 - ▶ L'acquisto di un'auto elettrica comporta un costo privato maggiore ma genera minori esternalità
- Questa policy ha qualcosa in comune con un'imposta Pigouviana e qualcosa in comune con una tassa di emissione
 - ▶ Tutti gli accessi sono gravati da imposta (non solo quelli oltre un livello efficiente)
 - ▶ Incentivi a ridurre le emissioni sono altresì presenti
 - 1 Non paga chi guida un'auto elettrica anche se contribuisce al traffico
 - 2 Il Comune usa le entrate per finanziare il trasporto pubblico, il bike sharing...

Esempio: l'Area C di Milano



- L'Area C copre il 4,5% circa del territorio di Milano; 77K residenti

Esempio: l'Area C di Milano

- **Domanda normativa:** L'Area C è il modo ottimale per affrontare le esternalità dovute all'utilizzo di auto in un centro cittadino piccolo e densamente popolato?
- Non lo sappiamo. Sappiamo però che è stata introdotta nel 2012 ed è ancora attiva.
- Perché? L'Area C sembra essere un modo politicamente realizzabile di affrontare il tema. (**domanda positiva**)
 - ▶ Approvata da un referendum
 - ▶ Sopravvissuta ad un percorso giudiziario in seguito ad un ricorso contro la sua istituzione
 - ▶ Mantenuta in effetto da varie amministrazioni di colore politico diverso
 - ▶ Rimpiazzò una tassa di emissione vera e propria in effetto fino al 2011 su cui non c'era sufficiente consenso politico

Esempio: l'Area C di Milano

- Molti agenti economici hanno interessi sull'argomento
 - ▶ Proprietari di auto
 - ▶ Politici comunali
 - ▶ Commercianti e fornitori di servizi
 - ▶ Residenti del centro storico
 - ▶ Utenti del trasporto pubblico e pedoni
 - ▶ ...
- Per disegnare politiche **politiche efficaci**, non è possibile fermarci alla ricerca dell'**efficienza**. E' necessario anche considerare quali politiche siano **realizzabili** in contesti così complessi.

Teoria della scelta sociale

- Nella parte introduttiva del corso abbiamo visto come ciascuna società possa ordinare ogni possibile stato dell'economia definendo una funzione di benessere sociale
- Per ogni stato A e B , si dice che lo stato A è strettamente preferito dalla società rispetto allo stato B se $W(A) > W(B)$
- Società diverse possono esprimere ordini di preferenza diverse, e le preferenze di una stessa società possono cambiare nel tempo
- Definire una FBS che valga concretamente per una società è difficile!

Teoria della scelta sociale

- Consideriamo K individui che devono prendere una decisione collettiva **riguardo** un set di N opzioni alternative (*stati del mondo*)
- Ogni individuo ha preferenze razionali che ordinano gli stati del mondo
- Ciascun individuo è diverso dagli altri in molte dimensioni, tra cui preferenze e vincoli
- Per ordinare gli stati del mondo secondo un criterio, la società deve concordare un sistema che sia in grado di aggregare le preferenze individuali (i.e., su una funzione di benessere sociale)

Gli Assiomi di Arrow

- Arrow (1950) propose una serie di assiomi che i meccanismi di aggregazione delle preferenze individuali dovrebbero soddisfare
- Assiomi di Arrow:
 - ① **Dominio delle preferenze illimitato**
 - ② **Debole principio di Pareto**
 - ③ **Non dittatorialità**
 - ④ **Indipendenza dalle alternative irrilevanti (IIA)**

Assiomi di Arrow: Dominio delle preferenze illimitato

Definizione

Una scelta sociale soddisfa l'assioma del dominio delle preferenze illimitato se qualsiasi preferenza individuale che sia razionale (i.e., completa, simmetrica e transitiva) è permessa e considerata per calcolare l'ordine sociale. La funzione di scelta sociale prodotta dall'aggregazione deve a sua volta rispettare il criterio di razionalità.

- **Completezza:** Garantisce che la scelta collettiva sia **efficace**, cioè che sia sempre in grado di determinare quale alternativa debba essere scelta: se $\forall x \in X$ e $\forall y \in Y$ $x \succeq y$, oppure $y \succeq x$ allora anche la scelta sociale deve risultare in una decisione
- **Simmetria:** Garantisce che le preferenze siano indipendenti dall'ordine in cui sono presentate. Se $x \succeq y$, dovrebbe anche essere il caso che $y \preceq x$.
- **Transitività:** Se $x \succeq y$ e $y \succeq z$, allora x deve essere (debolmente) preferito a z .

Assiomi di Arrow: debole principio di Pareto

Definizione

Una funzione di scelta sociale soddisfa il debole principio di Pareto se, per ogni coppia di alternative x e y , la scelta sociale preferisce x a y se tutti gli individui preferiscono x rispetto a y .

- Si noti l'analogia con il concetto di efficienza paretiana: la scelta sociale tra x e y soddisfa il debole principio di Pareto se la società preferisce la scelta efficiente x rispetto alla inefficiente y .
- In base al debole principio di Pareto, la scelta compiuta dalla società non può essere dominata in senso paretiano da nessun'altra (tra le possibili)
- Il principio di Pareto non limita in alcun modo come una società dovrebbe decidere tra x e y quando almeno un individuo preferisca y rispetto a x .

Assiomi di Arrow: Non dittatorialità

Definizione

Una funzione di scelta sociale soddisfa l'assioma di non dittatorialità se la scelta sociale non coincide con le preferenze di un singolo individuo qualunque siano le preferenze degli altri individui

- Il criterio di scelta collettiva deve evitare che un individuo prenda decisioni sulla base delle proprie preferenze a prescindere dalle preferenze altrui.
- Attenzione: l'assioma non esclude la possibilità che ci sia un individuo decisivo che ribalta l'esito di una decisione
- Si noti anche come l'assioma non escluda la possibilità di avere due dittatori. Infatti, come potrebbero questi due aggregare le proprie preferenze?

Assiomi di Arrow: Indipendenza delle alternative irrilevanti

Definition

Una funzione di scelta sociale rispetta l'assioma di **Indipendenza delle Alternative Irrilevanti (IIA)** se prendere o meno in considerazione l'alternativa z non cambia l'ordine di scelta tra x e y .

- L'assioma tende ad escludere la possibilità che la scelta sociale venga manipolata (voto strategico, potere di agenda)
- Esempio: La società preferisce una **mela** rispetto a una **pesca**
 - 1 La società preferisce una **mela** rispetto a una **arancia** rispetto a una **pesca** ✓
 - 2 La società preferisce una **arancia** rispetto a una **mela** rispetto a una **pesca** ✓
 - 3 La società preferisce una **mela** rispetto a una **pesca** rispetto a una **arancia** ✓
 - 4 La società preferisce una **arancia** rispetto a una **pesca** rispetto a una **mela** ✗
 - 5 La società preferisce una **pesca** rispetto a una **arancia** rispetto a una **mela** ✗
 - 6 La società preferisce una **pesca** rispetto a una **mela** rispetto a una **arancia** ✗

Il voto a maggioranza soddisfa tutti gli assiomi di Arrow?

Definizione

Voto a maggioranza: Meccanismo usato per aggregare i voti individuali secondo cui le alternative sono soggette ad un voto di tutti gli individui e l'opzione che riceve la maggioranza dei voti viene scelta

- **Il voto a maggioranza** è certamente il meccanismo più usato per aggregare le preferenze individuali, e pertanto è utile capire quali siano i suoi vantaggi e limiti rispetto al benchmark di Arrow

Voto a maggioranza

- Il voto a maggioranza si applica facilmente a scelte binarie. Ciononostante, se consideriamo gli assiomi di dominio delle preferenze illimitato e di indipendenza dalle alternative irrilevanti, le scelte di solito non sono ristrette a due.
- Esistono vari metodi di voto a maggioranza utili a ordinare tra più di due opzioni:
 - ① Regola della maggioranza semplice
 - ★ Tra le varie alternative la società sceglie quella preferita dalla maggioranza relativa degli individui
 - ★ Non è necessario che più della metà degli individui supporti l'alternativa prescelta
 - ② Regola del ballottaggio
 - ★ Tra le varie alternative, se nessuna è scelta da più di metà degli individui, alcune alternative sono eliminate e i votanti votano ancora finché più della metà di loro non supporta una stessa scelta

Voto a maggioranza

- ③ Sistema di scelte binarie
 - ▶ Gli individui scelgono tra ogni coppia di alternative possibili. Il vincitore di tutte le comparazioni è scelto dalla società.
- ④ Voto binario sequenziale
 - ▶ Due alternative sono selezionate per essere messe al voto nel primo turno. La più votata sopravvive ed è messa al voto contro un'altra. Così via finché tutte le alternative possibili non sono state messe ai voti
- ⑤ Voto a punti (metodo di Borda)
 - ▶ Gli individui ordinano le proprie preferenze e assegnano un numero decrescente di punti a ciascuna di loro. L'alternativa che riceve il massimo punteggio è selezionata dalla società.

Voto strategico

tipo	preferenze	numerosità
sinistra	$a \succ b \succ c$	10
centro-sinistra	$b \succ a \succ c$	8
centro-destra	$b \succ c \succ a$	6
destra	$c \succ b \succ a$	20

- **Maggioranza semplice:** se nessuno “imbroglia”, vince c. Ma cosa succede se la sinistra vota per b?
- **Ballottaggio tra i primi due:** b vince, a meno che la destra non sposti 5 voti verso a al primo turno
- Il risultato dipende dall’abilità di coordinarsi e comportarsi in modo strategico
 - ▶ Il voto a maggioranza quando più di due scelte sono disponibili dà l’incentivo per il voto strategico (i.e., IIA è violata)

Voto a maggioranza e vincitore di Condorcet

Definition

Nel voto a maggioranza, un'alternativa è definita il **vincitore di Condorcet** se è l'alternativa scelta rispetto a qualsiasi altra in una competizione binaria

- x è il vincitore di Condorcet se $x \succ y$ e $x \succ z$.
- Si noti che il vincitore di Condorcet potrebbe non essere scelto dalla società qualora venissero adottati altri metodi di voto a maggioranza.
 - ▶ x potrebbe essere la seconda alternativa per coloro che preferiscono y e la seconda alternativa per coloro che preferiscono z , ma non è necessariamente la scelta preferita da una maggioranza relativa dei votanti
 - ▶ x vincerebbe qualsiasi ballottaggio, ma non si qualifica necessariamente

Voto a maggioranza e vincitore di Condorcet

Esempio

- Supponiamo che ci siano 3 votanti in città: 1, 2, 3
- I votanti hanno preferenze diverse sui livelli di spesa in istruzione (A, B, C)
 - ▶ Votante 1: $A \succ B \succ C$
 - ▶ Votante 2: $B \succ C \succ A$
 - ▶ Votante 3: $B \succ A \succ C$
- La città può procedere votando sequenzialmente su ciascuna alternativa per raggiungere una scelta sociale
 - ▶ Voto tra A e B: **B vince**
 - ▶ Voto tra A e C: **A vince**
 - ▶ Voto tra B e C: **B vince**
- B ha battuto sia A che C e pertanto **B è il vincitore** (vincitore di Condorcet)
- **Il voto a maggioranza ha aggregato le preferenze individuali** per produrre una scelta sociale.

Voto a maggioranza e vincitore di Condorcet

- Quali assiomi di Arrow abbiamo soddisfatto?
 - ▶ Dominio delle preferenze illimitato ?
 - ▶ Debole principio di Pareto ✓
 - ▶ Non dittatorialità ✓
 - ▶ Indipendenza dalle alternative irrilevanti ✓

Voto a maggioranza e vincitore di Condorcet

Esempio

- Supponiamo che ci siano 3 votanti in città: 1, 2, 3
- I votanti hanno preferenze diverse sui livelli di spesa in istruzione (A, B, C)
 - ▶ Votante 1: $A \succ B \succ C$
 - ▶ Votante 2: $C \succ B \succ A$
 - ▶ Votante 3: $B \succ C \succ A$
- La città può procedere votando sequenzialmente su ciascuna alternativa per raggiungere una scelta sociale
 - ▶ Voto tra A e B: **B vince**
 - ▶ Voto tra A e C: **C vince**
 - ▶ Voto tra B e C: **B vince**
- B ha battuto sia A che C e pertanto **B è il vincitore** (vincitore di Condorcet)
- **Il voto a maggioranza ha aggregato le preferenze individuali** per produrre una scelta sociale.

Voto a maggioranza e vincitore di Condorcet

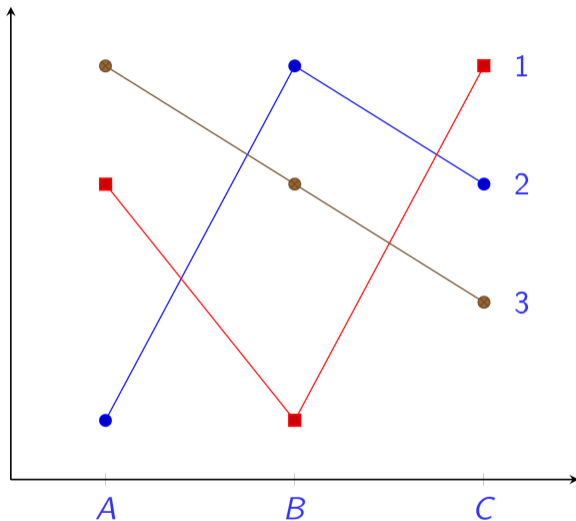
- Quali assiomi di Arrow abbiamo soddisfatto?
 - ▶ Dominio delle preferenze illimitato ?
 - ▶ Debole principio di Pareto ✓ (non violato)
 - ▶ Non dittatorialità ✓
 - ▶ Indipendenza dalle alternative irrilevanti ✓

Voto a maggioranza e nessun vincitore di Condorcet

Esempio

- Supponiamo che ci siano 3 votanti in città: 1, 2, 3
- I votanti hanno preferenze diverse sui livelli di spesa in istruzione (A, B, C)
 - ▶ Votante 1: $C \succ A \succ B$
 - ▶ Votante 2: $B \succ C \succ A$
 - ▶ Votante 3: $A \succ B \succ C$
- La città può procedere votando sequenzialmente su ciascuna alternativa per raggiungere una scelta sociale
 - ▶ Voto tra A e B: **A vince**
 - ▶ Voto tra A e C: **C vince**
 - ▶ Voto tra B e C: **B vince**
- Nessuna alternativa può battere ogni altra in competizioni binarie. **Ciclo di Condorcet**
- **Il voto a maggioranza non è riuscito ad aggregare le preferenze individuali.**

Voto a maggioranza e nessun vincitore di Condorcet



- I cicli di Condorcet sono anche conosciuti come il *paradosso del voto di Condorcet*.

Voto a maggioranza e nessun vincitore di Condorcet

- Quali assiomi di Arrow abbiamo soddisfatto?
 - ▶ Dominio delle preferenze illimitato ×
 - ▶ Debole principio di Pareto ✓
 - ▶ Non dittatorialità ✓
 - ▶ Indipendenza dalle alternative irrilevanti ✓
- **Il voto a maggioranza ha bisogno che il dominio delle preferenze individuali sia limitato per far sì che gli altri tre assiomi siano soddisfatti contemporaneamente**

Voto a maggioranza sequenziale

- **Voto sequenziale:** vengono messe in votazione A vs. B . Poi, il vincitore viene messo in votazione contro C
 - ▶ **Vince C** \rightarrow dominio delle preferenze individuali illimitato
 - ▶ La scelta necessita di avere > 1 individui che supportano A rispetto a B e > 1 individui che supportano C rispetto ad A \rightarrow non dittatorialità
 - ▶ Il debole principio di Pareto non è violato
 - ▶ **IIA è violata (l'ordine tra A e B dipende sul fatto che C sia preso in considerazione o no)**
- Il potere di agenda è importante
 - ▶ Mettere in votazione gli emendamenti prima di mettere in votazione una riforma \neq mettere in votazione una riforma e poi discuterne gli emendamenti

Il voto a maggioranza sequenziale non garantisce che IIA sia soddisfatto quando gli altri tre assiomi lo sono

Voto a punti

- Un turno di votazione unico in cui ciascun votante esprime una preferenza su tutte le alternative, assegnando un numero decrescente di punti. L'alternativa che riceve il numero maggiore di punti risulta vincitrice
- **Vantaggi:**
 - ▶ L'assioma del dominio delle preferenze illimitato è soddisfatto
- **Svantaggi:**
 - ▶ **IIA non è soddisfatta** e ci sono incentivi concreti all'espressione di voto strategico
- Analizziamo un caso specifico di voto a punti: il ***metodo di Borda***
 - ▶ Ogni votante ordina le alternative assegnando un punteggio a ciascuna di esse
 - ▶ Sia N il numero di alternative: il votante assegna N punti alla preferita, $N - 1$ alla seconda più preferita, e così via finché non assegna 1 punto all'alternativa meno preferita

Metodo di Borda

Esempio

	w	x	y	z
Preferences of A	4	3	2	1
Preferences of B	2	1	4	3
Preferences of C	1	4	3	2
Total	7	8	9	6
Social choice (Borda)	3°	2°	1°	4°

- Il numero totale di punti ricevuto da ciascuna alternativa è usato per formare l'ordine sociale.
- Tutte le alternative sono comparabili, l'ordine è transitivo, non è necessario restringere il dominio delle preferenze

Metodo di Borda

Esempio

- Possiamo facilmente vedere come l'ordine relativo tra x e y non sia indipendente dalla presenza/assenza di w e z)
 - ▶ Individuo 1: $w \succ x \succ y \succ z$
 - ▶ Individuo 2: $y \succ z \succ w \succ x$
 - ▶ Individuo 3: $x \succ y \succ z \succ w$
- L'individuo 1 e l'individuo 3 preferiscono x rispetto a y . Ciononostante, y è preferito dalla società in quanto x riceve solo 1 punto da parte dell'individuo 2.

Metodo di Borda

Example

	w	x	y
Preferences of A	3	2	1
Preferences of B	2	1	3
Preferences of C	1	3	2
Total	6	6	6
Social choice (Borda)	?	?	?

- **Supponiamo di escludere dalle alternative l'opzione z**
- Tutte le alternative rimanenti ricevono 7 punti: **La scelta sociale non è indipendente dall'alternativa irrilevante z**. Aggiungendo z, la società prende una decisione; altrimenti, la società non riesce a decidere

Teorema di impossibilità di Arrow

Teorema

Qualsiasi meccanismo di scelta sociale che soddisfi gli assiomi di dominio illimitato, IIA, e debole principio di Pareto deve essere dittatoriale.

- Quasi tutti i sistemi elettorali che possono venirci in mente, non solo il voto a maggioranza, falliscono il confronto con i criteri di Arrow
- **Ciò significa che la dittatura è un buon sistema? Assolutamente no!** Ma dobbiamo aver chiaro che qualsiasi sistema non-dittatoriale deve necessariamente limitare la validità di uno degli altri tre assiomi.

Teorema di impossibilità di Arrow

- Il teorema di impossibilità di Arrow non esclude la possibilità di ottenere un meccanismo di scelta sociale funzionale. Esclude soltanto la possibilità di ottenere un meccanismo di scelta sociale che funzioni **in ogni circostanza**.
- Permettere violazioni limitate all'assioma di dominio illimitato o all'IIA può permettere di identificare meccanismi di scelta funzionanti (al netto di casi limite)
 - ▶ Ad esempio, il voto a maggioranza può funzionare se escludiamo il caso dei cicli di Condorcet
- E' preferibile limitare il dominio delle preferenze ammissibili o la IIA?

Restrizione del dominio delle preferenze

- Violare IIA è più problematico di quanto non sembri
 - ▶ Sarebbe necessario pensare alle preferenze come cardinali e comparabili tra gli individui
 - ▶ Ad esempio: voto per punti. Perché dovremmo decidere che la distanza tra la scelta preferita e la seconda opzione sia uguale per tutti gli individui?
- Limitare il dominio delle preferenze risulta essere meno problematico di quanto non sembri
 - ▶ Non limitare le preferenze individuali è importante
 - ▶ Nonostante ciò, il risultato di impossibilità di Arrow è dovuto al fatto che sarebbero ammesse al computo anche le preferenze più incredibili

Restrizione del dominio delle preferenze

- Consideriamo l'esempio precedente e ipotizziamo che A , B e C siano livelli di investimento in pubblica istruzione
 - ▶ A =alto; B =medio; C =basso
- Consideriamo tutti i modi in cui ordinare le tre alternative ammessi se il dominio delle preferenze è illimitato
 - 1 $A \succ B \succ C$
 - 2 $A \succ C \succ B$
 - 3 $B \succ C \succ A$
 - 4 $B \succ A \succ C$
 - 5 $C \succ A \succ B$
 - 6 $C \succ B \succ A$
- (2) and (5) non sono compatibili con il modo con cui di solito pensiamo alle funzioni di utilità (unimodali)

Teorema dell'elettore mediano

- Nell'esempio, stiamo semplificando i criteri di Arrow in due modi:
 - ▶ A, B, C possono essere ordinati nella stessa dimensione (monetaria)
 - ▶ L'esclusione di (2) e (5) implica che restringiamo il dominio delle preferenze alle **preferenze unimodali**
- E' possibile dimostrare che, in presenza di queste due ulteriori restrizioni, esiste sempre un **vincitore di Condorcet**

Teorema

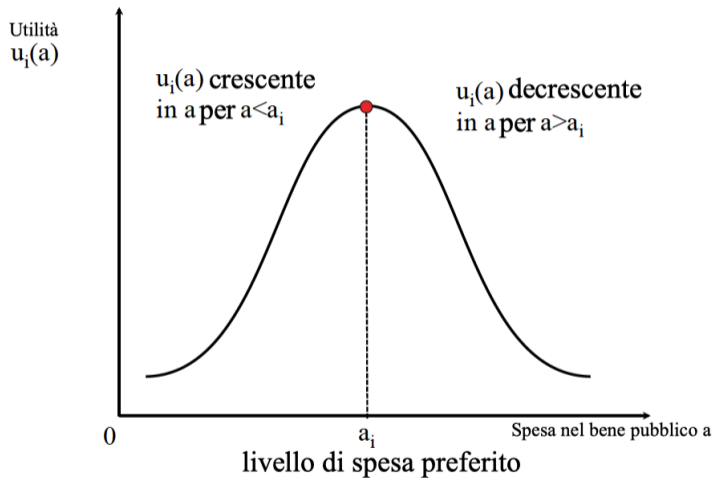
*Se le preferenze dei votanti sono **unimodali** in uno spazio monodimensionale:*

- *La **funzione di scelta sociale** che risulta dal voto a maggioranza è **transitiva**. In altre parole, esiste sempre un vincitore di Condorcet*
- *Il **vincitore di Condorcet** è l'alternativa preferita dall'elettore mediano*
- *L'elettore mediano è l'individuo tale per cui l'alternativa preferita da $(K-1)/2$ votanti non è maggiore dell'alternativa preferita dall'elettore mediano e l'alternativa preferita da $(K-1)/2$ votanti non è minore dell'alternativa preferita dall'elettore mediano.*

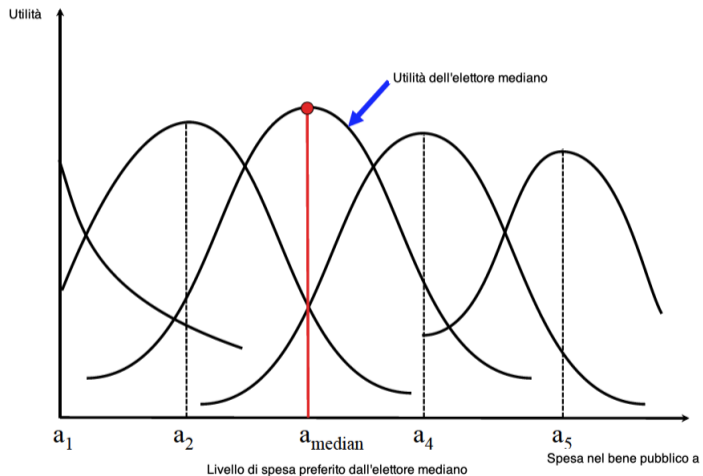
Teorema dell'elettore mediano

- L'intuizione dietro al teorema dell'elettore mediano è molto semplice:
 - ▶ Se possiamo ordinare le preferenze di ciascun individuo secondo una linea, ci saranno $(K-1)/2$ individui che preferiscono la scelta dell'elettore mediano rispetto alla scelta di ciascuno degli altri $(K-1)/2$ individui
 - ▶ Pertanto, qualsiasi alternativa che non sia la scelta preferita dall'elettore mediano non riceverà il supporto di almeno $(K-1)/2$ votanti alla destra o alla sinistra dell'elettore mediano, più il supporto dell'elettore mediano.

Teorema dell'elettore mediano



Teorema dell'elettore mediano



Teorema dell'elettore mediano

- Il teorema dell'elettore mediano si applica per ogni popolazione $\forall N > 2$
- Si può applicare il teorema dell'elettore mediano sia a alternative continue che discrete
- Le ipotesi del Teorema dell'elettore mediano sono condizioni sufficienti ma non **necessarie**
- Le preferenze sono sempre unimodali quando le curve di indifferenza individuali sono convesse
 - ▶ **Le funzioni di utilità che utilizziamo di solito sono tali per cui le curve di indifferenza sono convesse**
- Attenzione: anche se l'elettore mediano può essere visto come un dittatore (la sua opzione preferita viene scelta dalla società), il teorema non implica che il voto a maggioranza violi l'assioma di non dittatorialità
 - ▶ Un elettore anziché un altro si trova ad essere l'elettore mediano in base alle preferenze di tutti gli individui

