Scienza delle Finanze (Seconda parte)

Davide Cipullo

Università Cattolica del Sacro Cuore

Teoria dell'imposta: disuguaglianza e redistribuzione 2

Lezione 5

Contenuti

1. Misure di disuguaglianza

1. Siano $Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_n$ i livelli di reddito;
2. Sia n il numero di unità di riferimento (individui o famiglie);
3. Sia Y il reddito complessivo della società: $Y = \sum_{h=1}^{n} Y_h$;
4. Siano $\mathbf{Y}^*$ e $\mathbf{Y}^{**}$ due diversi vettori di Y, cioè due possibili distribuzioni di reddito nella popolazione.

1. Misure di disuguaglianza

- Per misurare la distribuzione del reddito sono necessari **indici di disuguaglianza** (o di **concentrazione** o di **dispersione**).
- Un indice di disuguaglianza deve permettere di confrontare distribuzioni diverse. In particolare, date $\mathbf{Y}^*$ e $\mathbf{Y}^{**}$, la funzione "indice" sarà tale che $I(\mathbf{Y}^*) > I(\mathbf{Y}^{*}{}_{*})$ se **Y*** è più diseguale di **Y****.

1. Misure di disuguaglianza

- Confrontiamo le seguenti distribuzioni di reddito
  $\mathbf{Y}^* = 0, 0, 0, 100 \quad \mathbf{Y}^{**} = 25, 25, 25, 25$
  $\mathbf{Y}^* = 5, 5, 5, 85 \quad \mathbf{Y}^{**} = 1, 1, 1, 49$
- Tre metodi di confronto:
  1. **Metodo assiomatico**: proprietà generali delle misure.
  2. **Metodo statistico**: misure oggettive.
  3. **Metodo del benessere sociale**: misure normative.

1. Misure di disuguaglianza

Metodo assiomatico

- Assioma 1: **simmetria (o anonimità)**. L'indice deve essere invariante rispetto a qualsiasi permutazione della distribuzione dei redditi.
- Assioma 2: **Indipendenza dalla popolazione**. Se ogni individuo venisse replicato k volte, l'indice di disuguaglianza (relativa, ma non assoluta) deve rimanere lo stesso.
  - Critica: hanno la stessa disuguaglianza piccole società con pochi poveri e grandi società con molti poveri?

1. Misure di disuguaglianza

Metodo assiomatico

- Assioma 3: **Irrilevanza della scala (o indipendenza della media)**. Se tutti i redditi venissero moltiplicati per uno stesso fattore positivo λ, l'indice di disuguaglianza (relativa, ma non assoluta) deve rimanere lo stesso.
  - Critica: è uguale raddoppiare redditi bassi e redditi alti?
- Assioma 4: **Principio del trasferimento (o di Pigou-Dalton)**. Un trasferimento progressivo di reddito (da individuo ricco a individuo povero) che non modifichi l'ordinamento relativo dei soggetti riduce la disuguaglianza.
  - Critica: i trasferimenti di reddito nella parte alta della distribuzione sono uguali ai trasferimenti nella parte bassa della distribuzione?

1. Misure di disuguaglianza

Metodo assiomatico

- Assioma 5: **Scomponibilità (o coerenza interna)**. Data una scomposizione dei soggetti in m classi omogenee (es.: titolo di studio, età, residenza, etc.), l'indice è scomponibile se può essere espresso come somma ponderata della disuguaglianza *within group* e della disuguaglianza *between groups*. In questo modo, è sufficiente diminuire la disuguaglianza all'interno di un gruppo per diminuire la disuguaglianza all'interno della popolazione.
  - Critica: cosa succede se aumenta la disuguaglianza nei gruppi e diminuisce a livello aggregato?

1. Misure di disuguaglianza

Metodo statistico

1. **Scarto relativo medio**:

$$S = \frac{\sum_{h=1}^{n} |\mu - y_h|}{n\mu} \text{ dove } \mu = \frac{\sum_{h=1}^{n} y_h}{n}$$

   - Questo metodo rispetta l'assioma di simmetria, l'assioma di indipendenza. L'assioma di Pigou-Dalton è rispettato solo per individui opposti rispetto alla media.

2. **Varianza**:

$$V = \frac{\sum_{h=1}^{n} (\mu - y_h)^2}{n}$$

   - Questo metodo rispetta l'assioma di simmetria e l'assioma di Pigou-Dalton.

1. Misure di disuguaglianza

Metodo statistico

3. **Coefficiente di variazione**:

$$C = \frac{\sqrt{V}}{\mu}$$

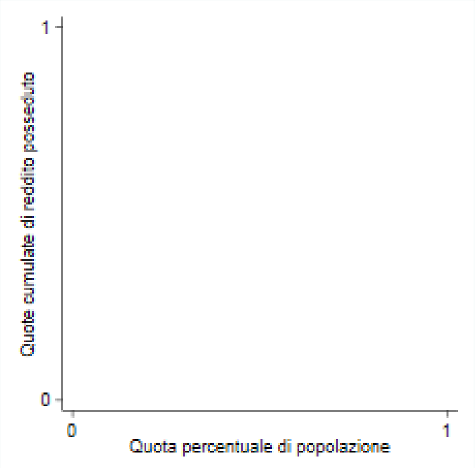
- Questo metodo rispetta l'assioma di simmetria, l'assioma di indipendenza e l'assioma di Pigou-Dalton.

4. **Curva di Lorenz e indice di Gini**:
   - Si tratta di misure relative della disuguaglianza che individuano la quota di reddito totale posseduta da frazioni cumulate della popolazione, ordinata per livelli non decrescenti di reddito.
   - Questo metodo fornisce una rappresentazione grafica della disuguaglianza.

2. Curva di Lorenz e indice di Gini

Curva di Lorenz

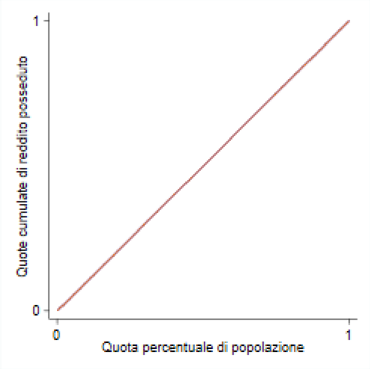
- In presenza di una serie ordinata di redditi $Y_1 \leq Y_2 \leq Y_3 \leq ... \leq Y_n$ tale che $\sum_{h=1}^{n} = Y$:



2. Curva di Lorenz e indice di Gini

Curva di Lorenz

Casi estremi



(a) Massima uguaglianza

(b) Massima disuguaglianza

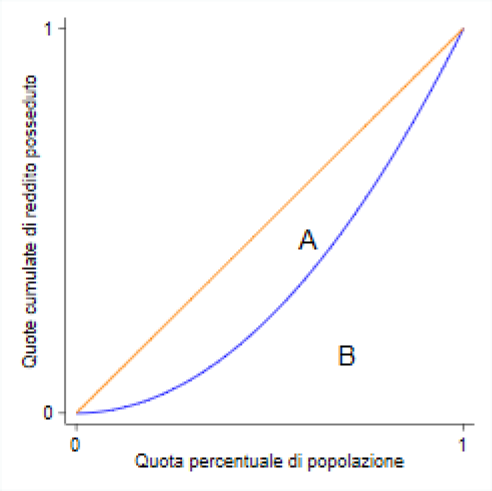
2. Curva di Lorenz e indice di Gini

Curva di Lorenz

- Proprietà della Curva di Lorenz:
  1. Simmetria
  2. Irrilevanza della scala
  3. Se viene attuato un trasferimento alla Pigou-Dalton, la curva si sposta verso l'interno: la disuguaglianza si riduce.
- La Curva di Lorenz permette inoltre un confronto tra distribuzioni diverse. Il problema è che potremmo avere un confronto tra curve che si intersecano.

2. Curva di Lorenz e indice di Gini

Indice di Gini



- Dalla curva di Lorenz possiamo ricavare anche un altro indice statistico sintetico, l'indice di Gini.
- $G = \frac{A}{A+B}$.
- L'indice di Gini è tale per cui $G = 0$ rappresenta la massima equi-distribuzione, mentre $G = 1$ rappresenta la massima disuguaglianza.

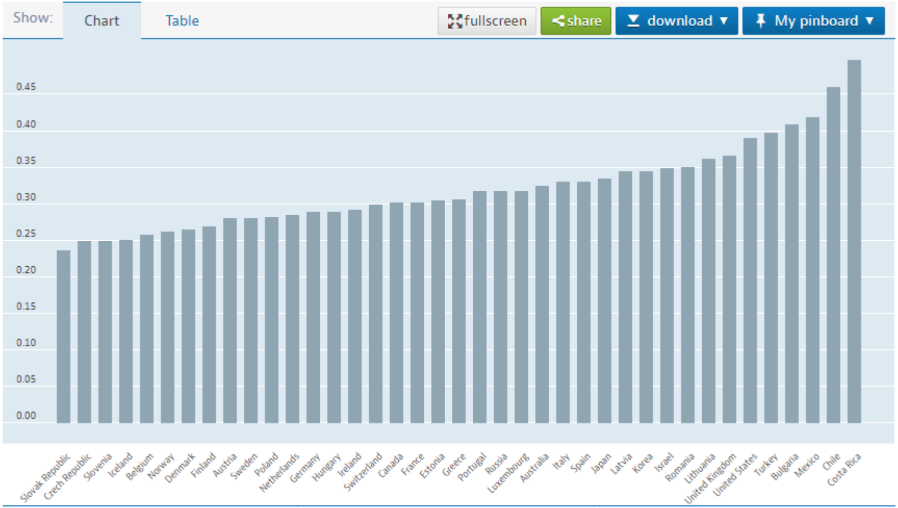
2. Curva di Lorenz e indice di Gini

Indice di Gini

- Curve di Lorenz più interne indicano minore indice di Gini, e, pertanto, minore disuguaglianza.
  - $A\downarrow$; $B\uparrow$.
- Mentre una semplice analisi grafica della Curva di Lorenz non permetterebbe la comparazione tra curve che si intersecano, è possibile comparare gli indici di Gini delle due curve.

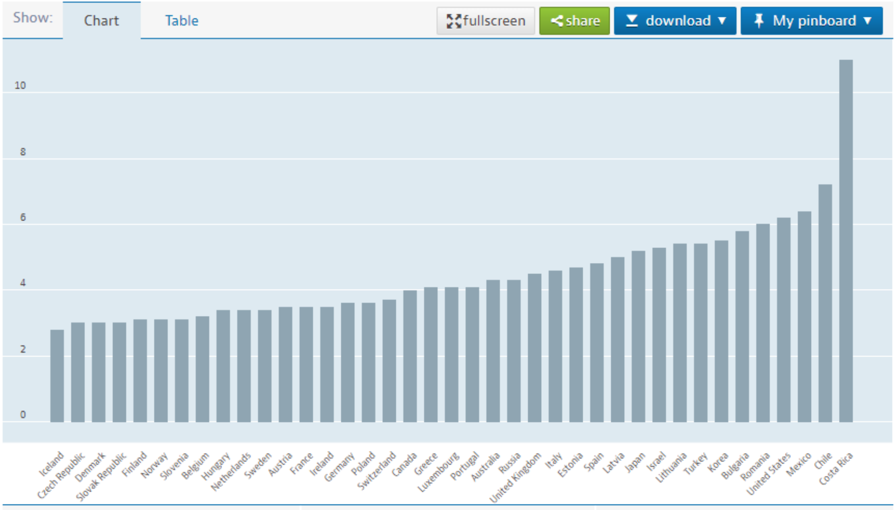
2. Curva di Lorenz e indice di Gini

Indice di Gini nei Paesi OCSE



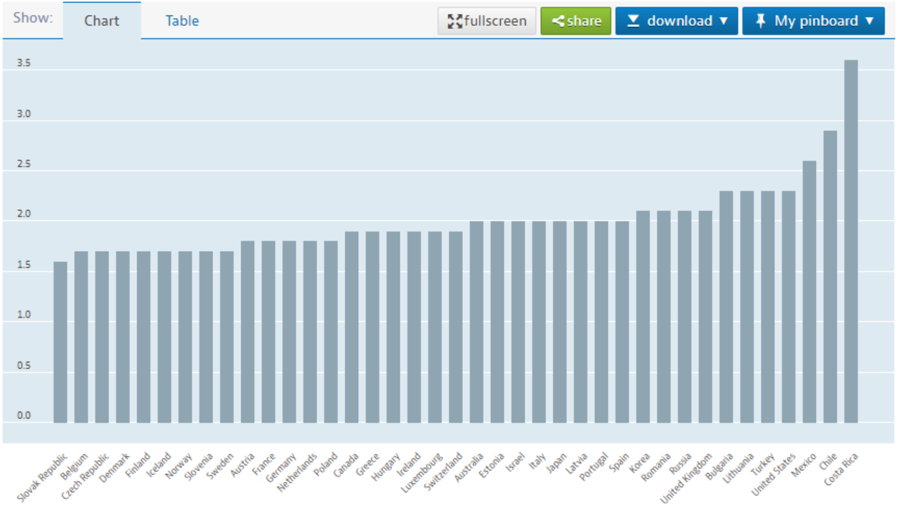
2. Curva di Lorenz e indice di Gini

Rapporto 90/10 nei Paesi OCSE



2. Curva di Lorenz e indice di Gini

Rapporto 90/50 nei Paesi OCSE



3. Funzioni di benessere sociale

- Come illustrato durante la parte di corso con il prof. Balduzzi, le preferenze della società per la disuguaglianza possono essere rappresentate da funzioni di benessere sociale (FBS).
- Le FBS associano un numero al benessere della società, sfruttando l'ipotesi che **tutti i suoi individui abbiano le stesse preferenze** e che l'utilità degli individui dipenda esclusivamente dal reddito.

3. Funzioni di benessere sociale

- L'idea è che la misurazione della disuguaglianza, pur se effettuata attraverso un indice statistico *oggettivo*, incorpora sempre più valutazioni *soggettive* riguardo la desiderabilità di una distribuzione del reddito rispetto a un'altra.
- E' quindi importante che siano chiare anche le proprietà normative implicite in ogni indice sintetico.
- Un metodo è quello di definire un indice e poi verificarne le implicazioni etiche, mentre un altro modo è quello di stabilire delle proprietà normative attraverso una FBS e derivare indici che le incorporano.

3. Funzioni di benessere sociale

- Una funzione di benessere sociale può essere espressa come segue:

$$W = f(y_1, y_2, y_3..., y_n)$$

- ipotizzando separabilità tra gli individui, possiamo scrivere:

$$W = \sum_{h=1}^{n} \omega(y_h)$$

- Si noti che la FBS riporta $\omega(y_h)$ invece della funzione di utilità dell'individuo h ($U(y_h)$) —altrimenti ci ridurremmo ad un approccio utilitarista— bensì la **valutazione sociale** attribuita al reddito dell'individuo.

3. Funzioni di benessere sociale

- A seguito di una variazione della distribuzione dei redditi, il benessere sociale W varierà in questo modo:

$$\frac{dW}{dy} = \sum_{h=1}^{n} \frac{\partial \omega(y_h)}{\partial y_h} \rightarrow$$
$$dW = \frac{\partial \omega_1}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial \omega_2}{\partial y_2} dy_2 + \dots + \frac{\partial \omega_n}{\partial y_n} dy_n$$

- A seguito di una redistribuzione dei redditi, la variazione di benessere eguaglia la somma delle variazioni dei redditi individuali, ponderata per la valutazione marginale sociale del reddito di ciascun individuo.

3. Funzioni di benessere sociale

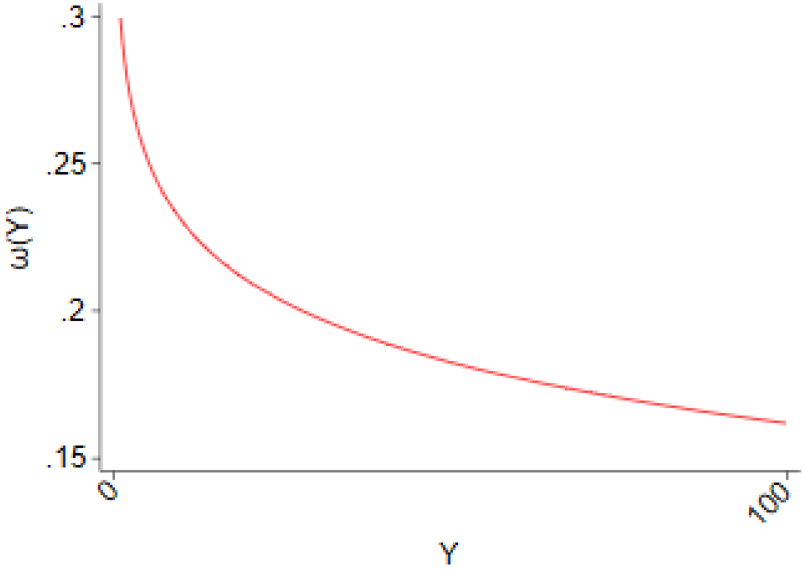
- La forma della FBS (e quindi della sua derivata parziale $\frac{\partial \omega(y_h)}{\partial y_h}$) incorpora il giudizio di valore di una società per la disuguaglianza.
- Un esempio di FBS alternativo alla utilitaristica è la somma ponderata delle utilità individuali:

$$FBS = \sum_{h=1}^{n} \omega_h \times u(y_h)$$

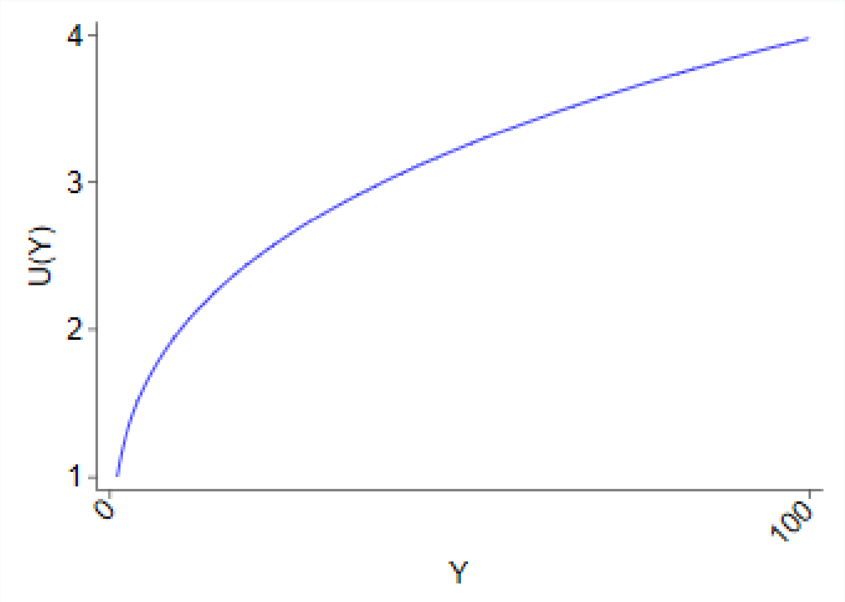
3. Funzioni di benessere sociale

- Questa funzione racchiude in una forma compatta varie forme di SWF che avete considerato durante la prima parte del corso.
  - $\omega_h = 1 \ \forall \ h \ \rightarrow$ FBS utilitaristica.
  - $\omega_h = 1$ se $y_h = \min\{y_1, y_2, ...; y_n\}$ e $\omega_h = 0$ se $y_h \neq \min\{y_1, y_2, ...; y_n\} \ \rightarrow$ FBS rawlsiana.
- Un modo per mostrare preferenze per la redistribuzione è avere una scala di ω_1 che sia inversamente proporzionale al reddito.
  - La società assegna un peso relativo maggiore agli individui con reddito minore.

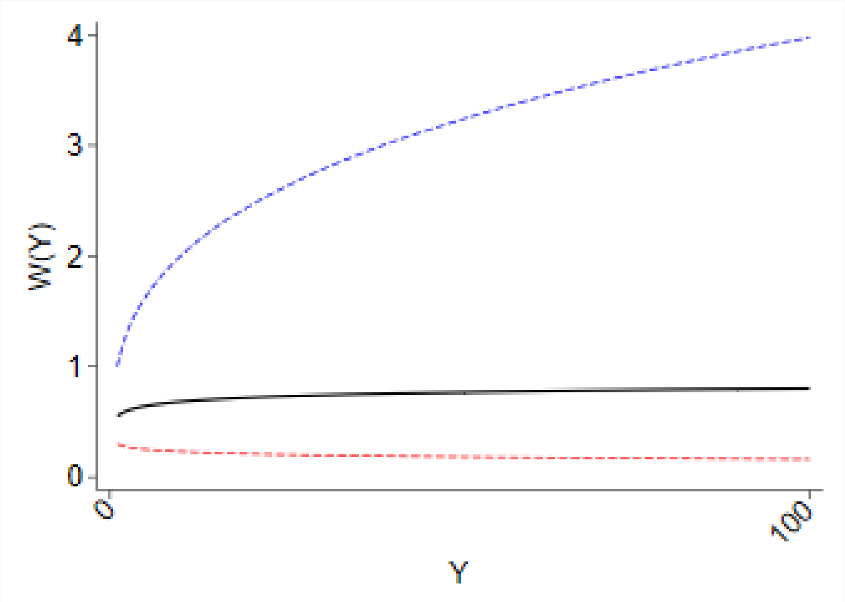
3. Funzioni di benessere sociale



3. Funzioni di benessere sociale



3. Funzioni di benessere sociale



3. Funzioni di benessere sociale

- In generale, le FBS sono funzioni crescenti nel reddito di ciascun individuo (la società valuta positivamente un aumento del reddito di qualunque individuo) e concave rispetto al reddito stesso (la valutazione positiva è decrescente all'aumentare del reddito dell'individuo).
- Questa valutazione soggettiva indica una preferenza per l'uguaglianza, che si manifesta anche nel caso di una FBS utilitaristica quando, come è consuetudine ipotizzare, le funzioni di utilità individuali sono concave.

4. Misure di disuguaglianza (continua)

Funzioni di benessere sociale e curve di Lorenz

- Tutti gli indici statistici visti precedentemente possono trovare giustificazione a seconda della FBS scelta come criterio di equità sociale.
- L'indice di Gini incorpora una FBS data dalla somma ponderata dei livelli di reddito individuali, pesati per l'inverso della posizione occupata da ciascun individuo nella scala.

4. Misure di disuguaglianza (continua)

Funzioni di benessere sociale e curve di Lorenz

Teorema di Atkinson

Date due generiche distribuzioni di reddito $\mathbf{Y}^*$ e $\mathbf{Y}^{**}$ e i corrispondenti livelli di benessere W^* e W^{**}, dove $W(\cdot)$ è una qualunque FBS simmetrica, separabile, non decrescente e concava, se i redditi medi e la dimensione delle distribuzione sono identici, allora $W^* > W^{**}$ se e solo se $\mathbf{Y}^*$ domina $\mathbf{Y}^{**}$ secondo Lorenz.

4. Misure di disuguaglianza (continua)

Teorema di Atkinson

- Il teorema di Atkinson afferma che date due generiche distribuzioni di reddito, quella avente curva di Lorenz più elevata e media non minore puà dirsi preferibile all'altra per tutte le FBS che godono delle proprietà di simmetria, non decrescenza, e concavità (Pigou-Dalton).
  $\mathbf{Y}^* = 0, 0, 0, 100 \quad \mathbf{Y}^{**} = 25, 25, 25, 25$
- Le due distribuzioni hanno uguale media ($\mu = 25$) e la distribuzione $\mathbf{Y}^{**}$ è totalmente ugualitaria mentre la distribuzione $\mathbf{Y}^*$ è totalmente disuguale.
  - Per il teorema di Atkinson, la distribuzione $\mathbf{Y}^{**}$ è socialmente preferibile.

4. Misure di disuguaglianza (continua)

Curva di Lorenz generalizzata

- Il teorema di Atkinson lascia aperto il problema del confronto tra distribuzioni con media diversa.
  $\mathbf{Y}^* = 5, 5, 5, 85 \quad \mathbf{Y}^{**} = 1, 1, 1, 49$
- Per ovviare a ciò, si utilizza il concetto di **Curva di Lorenz generalizzata**, che non è altro che il prodotto tra i valori sulle ordinate della curva di Lorenz e la media della distribuzione originaria.
- $\mu^* = 25$, $\mu^{**} = 13$.

4. Misure di disuguaglianza (continua)

Funzioni di benessere sociale e curve di Lorenz

Teorema di Shorrocks

Date due curve di Lorenz generalizzate, quella che domina interamente l'altra è socialmente preferibile per tutte le FBS simmetriche, non decrescenti e avverse alla disuguaglianza (concave).

- Il Teorema di Shorrocks permette di comparare distribuzioni di reddito aventi media diversa e permette di paragonare quali distribuzioni siano socialmente preferibili per tutte le FBS di solito prese in considerazione.

4. Misure di disuguaglianza (continua)

Funzioni di benessere sociale e curve di Lorenz

$\mathbf{Y}^* = 5, 5, 5, 85 \quad \mathbf{Y}^{**} = 1, 1, 1, 49$

- Le due distribuzioni hanno media diversa. $\mu^* = 25$ e $\mu^{**} = 13$. E' necessario moltiplicare le due distribuzioni per il reddito medio e costruire la Curva di Lorenz generalizzata.

4. Misure di disuguaglianza (continua)

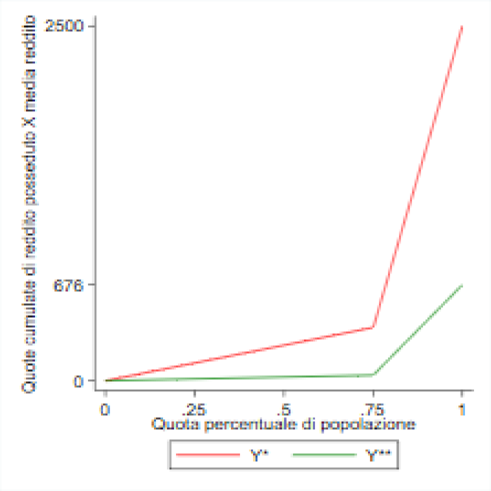
Funzioni di benessere sociale e curve di Lorenz

Curva di Lorenz generalizzata

$\mathbf{Y}^*$	125	250	375	2500
$\mathbf{Y}^{**}$	13	26	39	676

4. Misure di disuguaglianza (continua)

Funzioni di benessere sociale e curve di Lorenz



- $\mathbf{Y}^*$ è preferibile secondo il teorema di Shorrocks.

5. Redistribuzione del reddito

- E' possibile dimostrare che l'imposta progressiva determina una perequazione dei redditi netti e una maggiore concentrazione del carico fiscale rispetto alla distribuzione dei redditi lordi.
  - Pertanto, **l'imposta progressiva riduce la disuguaglianza**.
- Sia L_Y la curva di Lorenz associata ai redditi lordi, L_T la curva di Lorenz associata ai debiti di imposta, L_{Y-T} la curva di Lorenz associata ai redditi netti. Vale la seguente relazione:

$$L_Y = t_a L_T + (1 - t_a) L_{Y-T}$$

5. Redistribuzione del reddito

Teorema di Jakobsson-Fellman-Kakwani

L'imposta sul reddito è progressiva se e solo se la curva di Lorenz del reddito netto domina la curva di Lorenz del reddito lordo e se questa domina la curva di Lorenz del debito di imposta.

$$\frac{d\frac{T(Y)}{Y}}{dY} \geq 0 \iff L_{Y-T} \geq L_Y \geq L_T$$

- In altre parole, il teorema di Jakobsson-Fellman-Kakwani afferma che l'imposizione fiscale riduce la disuguaglianza attraverso una opportuna redistribuzione dell'onere di imposta solo se quest'ultima è progressiva.

5. Redistribuzione del reddito

- Il teorema di Atkinson e il teorema di Jakobsson-Fellman-Kakwani permettono di concludere che **un'imposta progressiva, a parità di gettito, ottiene una redistribuzione dei redditi preferibile rispetto a una imposta proporzionale** per qualsiasi FBS.

Una imposta progressiva riduce il benessere sociale meno di una imposta proporzionale di uguale gettito.